

Правила, которые мы выбираем.*

Андрей Бремзен[†]

24 июня, 2004.

Аннотация

Большинство аукционов, как частных, так и государственных, проводятся в соответствии с некоторым, заранее определенным набором правил. При этом выбор из расширенного множества таких наборов, доступных для продавца, может как увеличить его ожидаемый выигрыш, так и дать возможность участникам аукциона получить некоторую информацию об игроке. Для предотвращения сигнализирования, для продавца может оказаться выгодным оговорить правила проведения аукциона заранее. В статье анализируются случаи, когда предельная цена продавца либо открывается участникам, либо скрывается от них. Вводится стратегия продавца по условному раскрытию предельной цены, что приводит к увеличению прибыли по сравнению с любой из безусловных стратегий. В контексте государственных аукционов проводится анализ случая существования предпочтений агента, проводящего аукцион.

1 Введение.

Аукционы, которые встречаются в практике, как частные, так и государственные, почти всегда проводятся согласно некоторым, заранее определенным правилам. Такие

*Я благодарен Bengt Holmström и Sergei Izmalkov за помощь и постоянное внимание при написании работы. Также я хочу выразить свою благодарность Haluk Ergin, Ariane Lambert-Mogiliansky и Paul Milgrom за полезные комментарии.

[†]MIT Department of Economics, 50 Memorial Drive, Cambridge, 02139. E-mail: bremzen@mit.edu.

правила являются общепринятыми и общеизвестными, при этом продавцы не могут выбирать наиболее выгодный для них формат, им приходится использовать одно из подобных правил для определения ставок участников и победителей.

Скажем eBay использует лишь три формата, из которых аукционом, в экономическом понимании этого слова, является только один (так называемый 'он-лайн аукцион'); остальные два формата ('Фиксированная цена'¹ и 'Реализация запасов'²) очень похожи на обычную продажу по фиксированной цене.³ После решения продавца о проведении 'он-лайн аукциона', свобода выбора для него заканчивается. Скажем, выбрать между аукционом, в котором победитель платит предложенную им цену⁴ и аукционом, в котором победитель платит вторую по величине цену⁵ он уже не может. Не может он и проводить дискриминацию между покупателями. Другие сайты, предназначенные для проведения аукционов, имеют аналогичные жесткие ограничения на формат продажи.

Правила проведения государственных аукционов также жестко ограничены. Например акт о Federal Acquisition Regulation (США) ,предназначенный для 'систематизации продаж товаров и услуг исполнительными агентствами' занимает около 2000 страниц. Подобный канадский акт, Contracting Policy of the Treasury Board of Canada в объеме превышает 1500 страниц; EU Procurement Legislation, содержащая в себе 15 различных актов, размещается более чем на 1000 страницах. Хотя большинство вышеприведенных актов не предназначены специально для регулирования правил проведения аукционов, они содержат большое количество ограничений на их проведение.

То есть формат проведения аукционов жестко регулируются, при этом возникает естественный вопрос о причине подобного регулирования? Что делает априорное

¹'Fixed Price'

²'eBay Stores Inventory'

³Существует еще одна возможность для продажи, но она может быть применена лишь к недвижимости.

⁴'first-price auction'

⁵'second-price auction'

установление правил аукциона столь часто используемым шагом ? Не будет ли более естественно дать возможность выбора формата и правил продавцу?⁶

Цель, поставленная в этой статье - показать, что для продавца может быть оптимальным *не* иметь возможности выбора формата аукциона. Интуиция, стоящая за этим такова: выбор представляет собой сигнал потенциальному покупателю, этот сигнал может отображать некоторые свойства продавца, которые он не всегда хочет предъявлять общественности. Одна из возможностей для предотвращения сигнала такого рода - проведение всех аукционов по всем известным, заранее установленным правилам.

Чтобы показать это, мы построим модель, в которой выбор формата аукциона заключается в том, что продавец может объявить/не объявить свою действительную предельную оценку предмета торга. Конечно наши рассуждения не будут претендовать на общность, но с их помощью мы сможем проиллюстрировать достаточно важные идеи.

В модели предполагается наличие продавца и двух покупателей, соревнующихся между собой за возможность обладания некоторым предметом. Продажа производится с помощью аукциона, в котором предмет получает покупатель, предложивший наибольшую цену, которую он вынужден заплатить⁷. Цена, объявленная одним покупателем не становится известным другому - считается, что торги тайные. Продавец имеет предельную оценку предмета торга - минимальную цену, за которую он согласен его продать; оценки покупателей и оценка продавца - независимые между собой случайные величины. Перед тем, как продавец узнает значение своей предельной оценки, он должен выбрать между тем, открывать ему этот параметр покупателям или нет. Он нанимает некоторого агента и передает ему все полномочия для проведения аукциона по установленным правилам(в число этих правил входит и инструкция по раскрытию/нераскрытию предельной оценки, это

⁶В этой статье мы сконцентрируемся на анализе аукционов по продаже, а не аукционов по покупке. Все рассуждения могут быть легко перенесены и на этот случай.

⁷'first-price auction'

решение может быть также оставлено агентству). Мы покажем, что такой порядок проведения аукциона может оказаться оптимальным для продавца. В частности, этим может быть обосновано существование предварительно определенных форматов аукциона, скажем, используемых на сайте eBay, этим же может быть объяснено и существование некоторых особых процедур и актов, предназначенных для регулировки государственных аукционов: для случая, когда они общеизвестны, подобные правила могут привести к увеличению ожидаемого дохода продавца.

Так как личные оценки игроков, рассматриваемых нами, предполагаются независимыми, то необходимо сделать еще одно дополнительное предположение для того, чтобы избежать результата, аналогичного известному факту, полученному Myerson ([8]), Riley и Samuelson ([9]). Они показали, что оптимальный (в терминах выигрыша продавца) аукцион (скажем, first-price) представляет собой аукцион в котором предельная цена (то есть, минимальная цена, при которой предмет торга продается) установлена на оптимальном для продавца уровне (и открыта для участников). Допущение, которое будет нами сделано, состоит в том, что продавец не может выставить предельную цену выше его действительной предельной оценки. Это предположение естественно по крайней мере в контексте государственных аукционов: одному из общественных агентств (будь это школьный совет, представительство округа или одно из федеральных агентств по купле-продаже) вряд ли будет легко объяснить причины отказа по предложению, размер которого превышает предельную оценку.⁸ Так как для любого общественного агентства подобная проблема стоит достаточно остро, оно имеет ограниченную возможность отклонения от предельной оценки при объявлении минимальной ставки; в нашей модели будет рассматриваться предельный

⁸Например, для равномерного распределения оценок на $[0, 1]$ (мы будем ограничиваться именно таким случаем) оптимальная (в смысле максимизации ожидаемой прибыли) предельная цена v^* равна $\frac{1+r}{2}$, где r - предельная оценка. В частности, оптимальная предельная цена всегда выше, чем $\frac{1}{2}$. Покупатель может предложить цену выше r но ниже $\frac{1+r}{2}$, когда это предложение будет отклонено он сможет начать медиа-кампанию, обвинив агентство в некорректном распределении денег налогоплательщиков.

случай того, что единственная предельная цена, которая может быть выставлена агентством равна предельной оценке продавца. Поэтому, единственное, что может сделать продавец - решить, открывать ему или нет его предельную цену. Мы покажем, стоит ли оставлять выбор между этими возможностями агентству в контексте изучаемых нами аукционов.

Хотя для случая частных аукционов подобное допущение является более спорным, его использование также может быть обосновано с помощью следующего аргумента: если все ставки меньше, чем предельная цена продавца, то дальнейшие попытки продажи для него оказываются невыгодными. Напротив, если же предельная цена продавца выше, чем его предельная оценка и все ставки меньше, чем эта цена, то для продавца появляется соблазн "закулисно" договориться с одним из покупателей. Подобный исход может ожидаться другими покупателями, если это так, то он будет учтен ими при выборе ставок, поэтому размер ставок будет зависеть еще от возможности "закулисного договора".⁹

В рамках государственного аукциона по закупке(??) некоторого товара мы наблюдаем обычно следующую картину: на агентство наложены некоторые ограничения, которым оно должно следовать при проведении закупок. В существующей литературе подобные ограничения обычно анализируются без подробного исследования отношений между заказчиком и нанятым агентом(в роли заказчика в случае государственных аукционов обычно выступает правительство). Поэтому, обычно в таких исследованиях анализируется процесс наиболее выгодной продажи/покупки предмета торга. Так Laffont и Tirole ([4]) начинают свое исследование с предположения, что правительство и агентство вступают в конфликт из-за того, что агентство имеет свои предпочтения, но, в отличие от правительства располагает информацией о некоторых неценовых характеристиках товара(скажем, о качестве), услуги агентства при этом должны удовлетворять

⁹Исследование оптимума для аукционов, в которых продавец не может договариваться проведено в работах McAfee и Vincent ([5]). Также следует отметить относительно недавнюю работу Skreta ([10]).

некоторым правилам. Они получают оптимальные ограничения, которые должны быть наложены на формат проведения аукциона (агентство получает некоторую свободу выбора). Vagstad ([11] и [12]) развивают эту идею дальше, анализируя выбор между "центральным" проведением аукциона (аукцион проводится непосредственно государством) и "нецентральным" проведением (с государством, создающим специальное агентство, занимающееся проведением аукциона). В их модели агентство имеет больше информации о качестве товара, предлагаемого той или иной фирмой, однако оно может предпочитать покупку у внутренней фирмы покупке у зарубежной, что вызывает неэффективность.

В этой работе мы покажем, что если проведение аукциона доверено агентству, то случай, когда агентство способно выбирать между форматами проведения аукциона, может быть не оптимальным, даже когда интересы агентства и государства совпадают. Государство может желать проведения аукциона по заранее оговоренным правилам из-за того, что оно может быть уверено в том, что агентство не будет сигнально передавать участникам информацию, которую оно имеет до начала торга. При этом, опубликованные инструкции для проведения, скажем, аукционов по закупке, служат в качестве обязательства между участниками аукциона и агентством и это обязательство является достаточно ценным.¹⁰

Статья организована следующим образом. Параграф 2 описывает используемую модель и сравнивает выигрыш продавца в двух случаях: когда предельная цена объявлена и когда она скрыта. В параграфе 3 обсуждается значение обязательств (заранее определенного формата аукциона). Параграф 4 исследует стратегию условного раскрытия предельной цены как преимущественной перед любой из безусловных стратегий. Параграфы 5 и 6 посвящены государственным закупкам: в параграфе 5, мы опустим предположение о "честности" агентства, проводящего аукцион и рассмотрим случай, когда агентство имеет свои предпочтения при выборе победителя. В параграфе 6 обсуждается, как должен реагировать на нечестное

¹⁰Ferschtman и другие ([2]) выделяют важность того положения, что договор о делегировании услуг агентству должен быть наблюдаем публично, хотя и в несколько другом контексте.

проведение аукциона дискриминируемый участник. Параграф 7 завершает работу.

2 Модель.

В модели предполагается наличие нейтрального к риску продавца, обладающего некоторым неделимым товаром для продажи. Для его реализации он нанимает агента. Предельная оценка для продавца равна r , однако он узнает ее только после передачи инструкций по проведению аукциона агенту. Его оценка считается случайной величиной равномерно распределенной на отрезке $[0, c]$, где $0 < c < 1$.

В число инструкций по проведению аукциона входит следующая: раскрывать или нет потенциальным покупателям значение r . Если дается инструкция о раскрытии значения r , то считается, что раскрытое значение - точное (продавец не может обманывать).

Пока мы будем предполагать, что интересы продавца и агента одни и те же: а именно, они оба хотят максимизировать прибыль от аукциона (позднее мы опустим это предположение).

За обладание предметом соревнуются два покупателя, каждый из которых предполагается нейтрально относящимся к риску. Их оценки представляют собой случайные величины, независимые как друг от друга, так и от предельной оценки продавца; они считаются равномерно распределенными на отрезке $[0, 1]$. Предполагается, что они одновременно и тайно друг от друга передают агенту цену, которую они согласны заплатить. Покупатель, предложивший большую цену, платит ее и получает предмет торга (при этом не имеет смысла рассматривать, как будет решаться ситуация в случае ничьей). Задача каждого из покупателей заключается в максимизации прибыли, равной $\pi = p \cdot v - b$, где v - его оценка, b - предложенная им цена и $p(b)$ - вероятность получения товара при предложении цены b .

Игра происходит так:

1. Продавец передает инструкции по проведению аукциона агенту, при этом он

разрешает или не разрешает ему объявлять значение r , причем возможно выбор агенства будет зависеть r ; продавец также может оставить право выбора между этими двумя возможностями агенту. Все это становится общим знанием.

2. Агент узнает r ; в зависимости от полученных им инструкций он либо передает этот параметр участникам, либо нет. Если право выбора предоставлено ему, то он сам решает этот вопрос о раскрытии/нераскрытии значения r . В случае раскрытия, r его знают все участники аукциона.
3. Покупатели тайно друг от друга предлагают свои цены.
4. Ставки объявляются, победитель получает товар и платит сумму, равную его ставке, это происходит при условии, что его цена превышает(или равна) r .

Во - первых, рассмотрим вопрос о том, какую цену будет предъявлять каждый из игроков, как функцию от некоторых параметров($r, v \dots$; в дальнейшем будем называть ее функцией ответа). Найдем эти функции и ожидаемые выигрыши для продавца и для каждого из покупателей в двух граничных случаях: когда продавец инструктирует агента 1) никогда не раскрывать r или наоборот, 2) всегда передавать значение этого параметра участникам. Индекс a будет обозначать случай объявленной предельной цены, индекс h – скрытой. Индекс s будет соответствовать продавцу, индекс b – покупателю.

Предложение 1. *Симметричные функции ответа для объявленной предельной цены r таковы:*

$$b^a(v, r) = \begin{cases} 0, & v \leq r \\ \frac{v}{2} + \frac{r^2}{2v}, & v > r. \end{cases} \quad (1)$$

Доказательство. Покажем, что функции ответа $b(v)$ монотонны по v для $v \geq r$.¹¹ Если же теперь покупатель 1 считает, что покупатель 2 ведет себя согласно

¹¹То, как будут вести себя игроки в случае $v < r$ неважно, так как в этом случае никто из участников не получит выигрыша, большего нуля, ни в каком случае. Поэтому мы будем предполагать, что $b(v, r) = 0$ для $r < v$.

стратегии $b(\cdot)$ и оценка покупателя 1 равняется v , он выберет свою цену b таковой, что она будет максимизировать значение функции $b^{-1}(b) \cdot (v - b)$, что приводит нас к оптимальному значению $b^{-1}(b) = (v - b)(b^{-1}(b))'$. Так как мы рассматриваем симметричное равновесие, то должны выполняться следующие условия: $b = b(v)$ и $b^{-1}(b) = v$. Теорема о обратной функции дает нам условие $(b^{-1}(b))' = \frac{1}{b'(v)}$, мы получаем следующее дифференциальное уравнение для определения $b(v)$

$$b'(v) = \frac{v - b}{v}.$$

Его общее решение таково: $b(v) = \frac{v}{2} + \frac{k}{v}$. Так как в оптимуме $b(r) = r$, то это дает нам значение $k = \frac{r^2}{2}$, откуда и следует выражение для $b(v)$.

Зная симметричные функции ответа $b^a(v, r)$, вычисление ожидаемого выигрыша становится делом техники, так выигрыши, как функции предельной цены r равны:

$$\pi_s^a(r) = \frac{1}{3} + r^2 - \frac{r^3}{3}. \quad (2)$$

Средний выигрыш по r равен

$$\pi_s^a = \frac{1}{3} + \frac{c^2}{3} - \frac{c^3}{12}.$$

Ex ante ожидаемый выигрыш для каждого из покупателей равен:

$$\pi_b^a = \frac{1}{6} - \frac{c^2}{6} + \frac{c^3}{12}.$$

Теперь рассмотрим альтернативный режим, в котором продавец дает инструкцию не объявлять предельную цену.

Предложение 2. Для случая, когда параметр r остается неизвестным для покупателей, функции ответов таковы:

$$b^h(v) = \begin{cases} \frac{2v}{3}, & v \leq \frac{3c}{2} \\ \frac{v}{2} + \frac{3c^2}{8v}, & v > \frac{3c}{2}. \end{cases} \quad (3)$$

Доказательство аналогично доказательству предложения 1 и, поэтому, опущено.

Прибыль продавца как функция от его предельной цены r такова:

$$\pi_s^h(r) = \frac{1}{3} + \frac{3c^2}{4} + \frac{3r^3}{4} - \frac{3c^3}{4}.$$

Среднее значение прибыли по r равно:

$$\pi_s^h = \frac{1}{3} + \frac{3c^2}{4} - \frac{9c^3}{16}. \quad (4)$$

Ожидаемый выигрыш каждого из покупателей равен:

$$\pi_b^h = \frac{1}{6} - \frac{3c^2}{8} + \frac{9c^3}{32}.$$

Сравнивая (2) с (4) легко заметить, что для продавца более выгодно открыть покупателям значение r если $c > \frac{20}{23}$, для него более выгодно сохранить его в тайне если $c < \frac{20}{23}$. Также из анализа выигрышей легко можно увидеть, что покупатели предпочитают режим с объявленным значением параметра r . Исход аукциона является эффективным только в том случае, когда значение r объявляется, однако это не является достаточным условием. В том и в другом случае покупатель с меньшей оценкой не может получить товар.

3 Значение обязательств.

Принимая во внимание результат предложений 1 и 2 можно задуматься о том, стоит или не стоит продавцу постоянно придерживаться политики неразглашения предельной цены. Нас будет интересовать следующий вопрос: какой именно формат аукциона более выгоден для продавца: оставить выбор между раскрытием/нераскрытием значения предельной цены агенту или сделать этот выбор самому. Обычно, выбор в пользу второго варианта оправдывается следующим образом (введением морального риска ¹²): агент может иметь интересы, отличные от интересов продавца, и, таким образом, если дать ему право выбора, то аукцион может

¹²moral hazard

пройти неэффективно. В этом параграфе мы покажем, что выбор правил продавцом может оказаться оптимальным даже для того случая, когда агент действует исключительно в интересах продавца (пытается максимизировать его доход). Так, если продавец выбирает постоянную политику по раскрытию предельной цены, то это не даст агенту возможностей по сигнализированию покупателям (скажем, если агент раскрывает предельную цену только когда она достаточно высока, то если он не раскрывает ее, то покупатели могут сделать естественный вывод что она мала, и действовать соответствующим образом). Решение не раскрывать предельную цену даже когда она достаточно высока, приводит к более "агрессивному" процессу торга, что, в конечном счете, увеличивает среднюю прибыль. Предложение 3 подводит логический итог вышесказанному.¹³

Предложение 3. *В случае, когда решение о том, раскрывать или нет предельную цену остается агенту, в единственном совершенном по подыграм байесовском равновесии агент раскрывает предельную цену r для любого значения r , кроме, возможно, одного.*

Доказательство. Предположим обратное, рассмотрим равновесие в котором предельная цена не раскрывается агентом для более чем одного значения r . Обозначим через r_M максимум из таких значений. Мы хотим показать, что в случае, когда значение r в аукционе выпадает равным r^M , продавцу (а значит и агенту, так как их цели в этом пункте совпадают) строго лучше раскрыть его.

Если продавец раскрывает r_M , его выигрыш в равновесии будет равен $\frac{1}{3} + r_M^2 - \frac{r_M^3}{3}$, что следует из предложения 1. Если он не раскрывает предельную цену, то остаются 2 возможности: 1) в любом симметричном равновесии покупатели заявляют цены, меньше, чем r_M и объект не продается (в этом случае утверждение очевидно верно, так как раскрытие значения r_M наверняка улучшит ситуацию) или 2) покупатели будут предлагать r_M при некоторой оценке $\alpha r_M < 1$. Заметим, что α не может быть меньше, чем 1, так как покупатель с оценкой αr_M получит среднюю прибыль,

¹³Этот результат связан с работами Grossman ([3]) и Milgrom ([6]).

меньшую нуля. Также α не может быть равной 1, так как в этом случае покупатель с оценкой r_M получает прибыль, равную нулю, для него более выгодно предлагать цену $r_M - \varepsilon$; для достаточно малых $\varepsilon > 0$ это принесет ему положительную, в среднем, прибыль: вероятность его победы при надлежащем, достаточно малом, выборе ε будет положительной. Поэтому нам остается рассмотреть единственную возможность $\alpha > 1$.

Из доказательства предложения 1 следует, что симметричные функции ответа в равновесии для случая $v \geq \alpha r_M$ таковы: $b(v) = \frac{v}{2} + \frac{\alpha(2-\alpha)}{2v} r_M^2$. Ожидаемый выигрыш продавца для этого случая равен:

$$(1 - \alpha r_M) \alpha (2 - \alpha) r_M^2 + \frac{1}{3} - \frac{(\alpha r_M)^3}{3} + \alpha^2 r_M^3. \quad (5)$$

С другой стороны если покупатель объявляет значение r_M , его ожидаемый выигрыш, согласно предложению 1 равняется:

$$\frac{1}{3} + r_M^2 - \frac{r_M^3}{3} \quad (6)$$

Легко убедиться в том, что для случая, когда $\alpha > 1$ значение (6) превышает значение (5). Поэтому, стратегия не открывать значение r_M не может быть равновесной, что и приводит к противоречию. Это завершает доказательство.

Поэтому, если интересы агента совпадают с интересами продавца, то агент будет придерживаться политики по раскрытию предельной цены в любом, идеальном по подыграм байесовском равновесии (если, конечно, ему не поступит инструкции о формате аукциона от продавца). Однако, как мы показали в предыдущем параграфе, решение всегда раскрывать предельную цену не является оптимальным, скажем, для достаточно малого значения параметра c ; поэтому наиболее выгодным шагом для продавца будет ограничить возможность выбора агента. Это может быть причиной существования ограничений на формат проведения в реальных аукционах.

4 Условное раскрытие предельной цены.

В этой главе мы предоставим стратегию, которая лучше, чем как стратегия постоянного засекречивания предельной цены, так и стратегия ее постоянного

раскрытия. Она сводится к раскрытию предельной цены, когда r велико (превышает некоторый порог y) и к содержанию ее в тайне, если r мало. Также мы найдем прибыль продавца, соответствующую этой стратегии.

Для объявленных предельных цен $r > y$, выполняются все отправные точки предложения 1. Тогда симметричная равновесная функция ответа для объявленного предельного значения $r \geq y$ следующая:

$$b^{>y}(v, r) = \begin{cases} 0 & v \leq r \\ \frac{v}{2} + \frac{r^2}{2v} & v > r. \end{cases} \quad (7)$$

Прибыль продавца, как функция от его предельной цены r , равна:

$$\pi_s^{>y}(r) = \frac{1}{3} + r^2 - \frac{r^3}{3}.$$

Ее среднее значение по $r \in [y, c]$ равно:

$$\pi_s^{>y} = \frac{1}{c-y} \left[\frac{c^3}{3} - \frac{y^3}{3} - \frac{c^4}{12} + \frac{y^4}{12} \right].$$

Если перед началом торга значение r не раскрыто, покупатели понимают, что оно меньше, чем y , они изменяют свои априорные веры $r \sim U[0, c]$ на апостериорные веры $r \sim U[0, y]$. Поэтому условия предложения 2 выполняются, что означает, что верны и результаты этого предложения.

Симметричные равновесные функции ответа:

$$b^{<y}(v) = \begin{cases} \frac{2v}{3} & v \leq \frac{3y}{2} \\ \frac{v}{2} + \frac{3y^2}{8v} & v > \frac{3y}{2}. \end{cases} \quad (8)$$

Прибыль продавца, как функция от его предельной цены $r < y$, равна

$$\pi_s^{<y}(r) = \frac{1}{3} + \frac{3y^2}{4} + \frac{3r^3}{4} - \frac{3y^3}{4}.$$

Ее среднее значение по $r \in [0, y]$ равно

$$\pi_s^{<y} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{3y^2}{4} - \frac{9y^3}{16}.$$

Поэтому, ожидаемая прибыль продавца:

$$\pi_s^y = \frac{y}{c} \pi_s^{<y} + \frac{c-y}{c} \pi_s^{>y} = \frac{c^2}{3} - \frac{c^3}{12} + \frac{y^3}{c} \left(\frac{5}{12} - \frac{23y}{48} \right).$$

Если взять $y = 0$ или $y = c$, в последнем выражении можно увидеть формулы для случаев опубликованной и скрытой предельной цены. Прибыль достигает максимального значения по y при $y = \frac{15}{23}$. Следовательно, если $c \leq \frac{15}{23}$, для достижения продавцом оптимальности необходимо сохранять предельную цену в тайне; для $c > \frac{15}{23}$ он должен раскрывать это значение покупателям.

За результатами этого параграфа стоит вполне определенная экономическая интуиция: когда предельная цена достаточно высока, высока также и вероятность, что не осведомленный о ней покупатель предложит цену ниже (он усредняет свою ставку по всему возможному диапазону цен), хотя его оценка на самом деле выше. Раскрытие цены в этом случае приведет к продаже предмета, который в противном случае окажется нереализованным. С другой стороны, если предельная цена достаточно мала, то высока вероятность, что усредняющий по всему диапазону предельных цен покупатель приобретет предмет за цену выше предельной. В этом случае сохранение цены в тайне приводит к более агрессивному торгу.

Стратегия условного раскрытия дает лучшие, по сравнению со стратегией нераскрытия, результаты только когда неопределенность относительно предельной цены продавца достаточно высока (для $c > \frac{15}{23}$). Кроме этого, даже для предельного значения $c = 1$ прибыль продавца увеличивается приблизительно лишь на 0.2 процента. Тем не менее, анализ, проведенный нами важен хотя бы потому, что он иллюстрирует, что оптимальный формат проведения аукциона не ограничивается выбором между опубликованием/неопубликованием значения предельной цены.

В следующих двух параграфах мы опустим предположение о совпадении интересов агента с интересами продавца. Мы будем рассматривать случай существования предпочтений у агента и проанализируем, как это изменит поведение всех участников аукциона.

5 Коррупционированность аукционера.

В предыдущих параграфах мы показали, что для продавца оптимально заранее устанавливать правила проведения такими, согласно которым он не открывает свою предельную цену; в контексте частных аукционов этому результату отвечают заранее определенные форматы, устанавливаемые фирмами, отвечающими за их проведение. В контексте же государственных аукционов обычно нанимается агент, проводящий аукцион от лица продавца.

Мы выяснили, почему более выгодно нанять некоторого агента, занимающегося проведением аукциона, однако, естественно, наем агента стоит денег. В нашей модели, мы будем ассоциировать затраты по найму с помощью предположения, что агент не вполне честен - он выдает секретную предельную цену продавца одному из покупателей.

Заметим, что даже если агент выдает предельную цену продавца одному из покупателей, условия предложения 3 по-прежнему выполняются: не существует совершенного байесовского равновесия в котором продавец открывает значение предельной цены неинформированному покупателю (в случае большого его значения). То есть, даже учитывая, что один из покупателей может знать значение предельной цены, для продавца по-прежнему более выгодно не раскрывать предельную цену неосведомленному покупателю, поэтому услуги агента продавцу все еще требуются. С другой стороны, чем больше возможный разброс предельной цены, которая должна быть тайной, тем больше преимущество получает информированный покупатель. Ниже мы получим значение порога для раскрытия/нераскрытия предельной цены.

В этом параграфе будем предполагать, что неинформированный покупатель не делает поправку на то, что другому покупателю может быть известно секретное значение предельной цены - он по-прежнему будет действовать согласно своей стратегии $b^h(v)$ (мы рассмотрим, как должен действовать покупатель в ответ на коррупцию в следующем параграфе); назовем эту ситуацию "неожиданной коррупцией" и будем использовать индекс uf для её обозначения. Найдем наилучший

ответ информированного покупателя на стратегию $b^h(v)$, как функцию от его оценки v и предельной цены r , которая становится ему известной (также нами будет найдена ожидаемая прибыль продавца и каждого из покупателей). На протяжении всего параграфа будем предполагать, что $c \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Если оценка v информированного покупателя ниже, чем предельная цена продавца r , то информированный покупатель не сможет победить в аукционе и получить положительную прибыль. Точное значение его цены не имеет значения, при условии, что она ниже, чем r ; мы будем предполагать ее равной нулю.

Рассмотрим случай, когда оценка информированного покупателя выше r . Он может выбрать либо цену $b \leq c$ либо цену $b > c$. В первом случае, когда он предлагает $b \leq c$ он победит в аукционе при условии, что его цена выше цены неинформированного покупателя (равной, согласно $b^h(v)$, $2/3$ его оценки). То есть, вероятность, что информированный покупатель выиграет в аукционе, в случае, когда он предлагает цену $b \in [r, c]$ равна $\frac{3b}{2}$; он выбирает $b \in [r, c]$ так, чтобы максимизировать его ожидаемый выигрыш $\frac{3b}{2}(v - b)$. Если он предлагает цену ниже c , он выберет $b(v) = r$ для $v \in [r, 2r]$ и $b(v) = \frac{v}{2}$ для $v > 2r$. При этом, его прибыль будет равна $\frac{3r(v-r)}{2}$ и $\frac{3v^2}{8}$.

Если информированный покупатель решает предложить цену выше c , то дополнительная информация для него теряет всякий смысл и он теряет преимущество перед неинформированным покупателем. Из смысла функции $b^h(v)$, которая представляет собой симметричное равновесие для случая отсутствия предпочтений агента, оптимальная стратегия информированного покупателя в ответ на стратегию $b^h(v)$ - это такая же стратегия $b^h(v)$. Он победит с вероятностью v и получит выигрыш $v - b^h(v) = \frac{v}{2} - \frac{3c^2}{8v}$, при этом его общий ожидаемый выигрыш равен $\frac{v^2}{2} - \frac{3c^2}{8}$.

Чтобы закончить описание оптимальной стратегии информированного покупателя, необходимо найти граничную точку, ниже которой он предлагает цену $b \leq c$ и выше которой - цену $b > c$. Это условие непосредственно получается из сравнения выигрышей для каждого из двух случаев. Легко проверить, что для достаточно малых r (таких, что при $v = 2r$ предложение цены выше c невыгодно)

эта граничная точка равна $c\sqrt{3}$, в то время, когда для больших r это $\frac{3r+\sqrt{3c^2-3r^2}}{2}$.

Поэтому, функции ответа информированного покупателя имеют следующий вид:

$$b_{fb}^{uf}(v, r) = \begin{cases} 0, & v \leq r, \\ r, & r \leq v < 2r, \\ \frac{v}{2}, & 2r \leq v \leq c\sqrt{3}, \\ \frac{v}{2} + \frac{3c^2}{8v}, & v > c\sqrt{3}. \end{cases} \quad (9)$$

для $r \leq \frac{c\sqrt{3}}{2}$, и

$$b_{fb}^{uf}(v, r) = \begin{cases} 0, & v \leq r, \\ r, & r < v \leq \frac{3r+\sqrt{3c^2-3r^2}}{2}, \\ \frac{v}{2} + \frac{3c^2}{8v}, & v > \frac{3r+\sqrt{3c^2-3r^2}}{2}. \end{cases} \quad (10)$$

для $r > \frac{c\sqrt{3}}{2}$.

Теперь вычисление ожидаемого дохода продавца и покупателей становится делом техники. Продавец в среднем получает

$$\pi_s^{uf} = \frac{1}{3} + \frac{3c^2}{4} - .7394592495c^3.$$

Информированный покупатель в среднем получает:

$$\pi_{fb}^{uf} = \frac{1}{6} - \frac{3c^2}{8} + .3706359226c^3,$$

Неинформированный покупатель в среднем получает:

$$\pi_{db}^{uf} = \frac{1}{6} - \frac{3c^2}{8} + .3176340828c^3.$$

Прибыль продавца и неинформированного покупателя ниже, по сравнению со случаем отсутствия предпочтений у агента, прибыль информированного покупателя для этого же случая выше.

Легко проверить, что оптимальный порог для нераскрытия предельной цены равен $y^{uf} = 0.47$. Он заметно меньше порогового значения для случая отсутствия

предпочтений у агента (напомним, он равен $\frac{15}{23}$). Этот результат понятен интуитивно: если продавец опасается коррумпированности агента, он будет ожидать, что при достаточно больших значениях r информированный покупатель будет предлагать цену равную r , что сделает прибыль продавца равной нулю. Опубликование значения r делает информацию общеизвестной и, в конечном счете, увеличивает ожидаемый доход покупателя.

Заметим также, что эффективность аукциона в этом случае (эффективность определяется как сумма ожидаемых выигрышей продавца и обоих покупателей) меньше, чем для случая скрытой предельной цены. Вообще говоря, есть два вида неэффективности, связанных со скрытой предельной ценой. Во-первых, предмет торга не всегда получает покупатель с более высокой оценкой. Во-вторых, возможна ситуация, когда оба покупателя имеют оценки выше, чем предельная цена продавца, однако в процессе торга ни один из них не получает предмет. Если у агента нет предпочтений, то стратегии покупателей симметричны и монотонно зависят от их оценок, что означает, что если предмет продается, то он продается покупателю с наибольшей оценкой. Это устраняет первый вид неэффективности. Напротив, в случае, когда агент сообщает информацию о предельной цене одному из покупателей, устраняется второй вид неэффективности. Однако в сумме эффективность снижается, что приводит нас к выводу, что симметричный случай более предпочтителен, по крайней мере с этой точки зрения.¹⁴

С точки зрения существования предпочтений у агента, можно рассмотреть

¹⁴Если для продавца эффективность имеет большее значение, чем оптимальность, то наилучшее поведение для него - всегда открывать значение предельной цены, это приводит к наиболее эффективному исходу. Однако, как мы показали раньше, оптимальность приводит к тому, что предельная цена не открывается продавцом. Если бы могло случиться, что в результате предпочтений агента эффективность бы увеличилась, что привело бы в некоторой мере к одновременно эффективному и оптимальному аукциону, то, вполне возможно, продавец был бы *заинтересован* в существовании подобных предпочтений у агента. Однако полученный нами результат об эффективности показывает, что подобное стечение обстоятельств невозможно: "неожиданная коррупция" однозначно хуже для продавца, вне зависимости от его целей.

случай, когда интересы агента коррелируют с интересами одного из покупателей. Такой случай вполне возможен, скажем, когда агенство - это правительство, один из покупателей - внутренняя фирма, другой - зарубежная фирма. Естественно предположить, что в этом случае государство будет заинтересовано в победе внутренней фирмы, более того, для этой победы оно может пожертвовать даже частью своей прибыли. То, насколько далеко оно пойдет в этом, зависит от "весов", с которыми государство ценит свою прибыль и прибыль внутренней фирмы. Если государство заинтересовано в более высоких собственных доходах, то оно будет следить за агентом, так как прибыль в случае "нечестного" агента ниже. Однако, так как сумма доходов продавца и информированного покупателя для случая существования предпочтений у агента выше, чем в случае отсутствия подобных предпочтений, это может привести к созданию "нечестного" агента самим государством

Анализ в этом параграфе был основан на предположении о том, что неинформированный покупатель ничего не предпринимает, чтобы изменить сложившееся положение вещей. В следующем параграфе мы покажем, как изменить логику анализа, чтобы включить случай "разумного" покупателя, который стратегически отвечает на существование предпочтений у агента.

6 Стратегический ответ на существование предпочтений.

В этом параграфе мы проанализируем, как изменяется стратегия неинформированного покупателя, когда он принимает во внимание существование предпочтений у агента. Опять же, нами рассматривается случай сообщения агентом другому покупателю предельной цены r . Мы будем называть эту ситуацию "ожидаемой коррупцией" и использовать для ее обозначения индекс ef . Мы хотим найти ответ на следующий вопрос: в чем основное отличие между этой

и уже рассмотренной нами ситуацией "неожиданной коррупции". Будет ли неинформированный продавец действовать более агрессивно или он предпочтет более консервативные действия ?

На первый взгляд, вполне возможна такая ситуация, когда для продавца окажется более выгодным оповестить неинформированного покупателя о его дискриминации, что может привести или к увеличению ожидаемой прибыли продавца по сравнению с отсутствием предпочтений, или к увеличению ожидаемой суммарной прибыли информированного покупателя и продавца по сравнению со случаем, когда у продавца есть свои предпочтения. Однако мы покажем, что такая ситуация невозможна: ожидаемая прибыль продавца принимает наибольшее значение в "честном аукционе", кроме того, сообщение о дискриминации никогда не совпадает с интересами продавца.

Найдем равновесные стратегии; в этом параграфе мы будем предполагать, что $c \leq \frac{5}{8}$. Начнем с неинформированного покупателя, результаты предыдущего параграфа дают нам возможность предположить, что при малых оценках его стратегия линейна: $b_{db}^{ef}(v) = \lambda v$ для $v \leq v^*$ (значение v^* мы определим). Если это равновесная стратегия, то для достаточно малых r , наилучший ответ информированного покупателя - предлагать цену r для $v \in [r, 2r]$ и $\frac{v}{2}$ для $v \in [2r, c]$. Задача для неинформированного покупателя при этом решается довольно просто: оптимальная стратегия для него $b(v) = \frac{2v}{3}$ для $v \leq v^*$, что подтверждает сделанное нами предположение о линейности.

Когда v достаточно большое (больше, чем некоторое v^{**} , которое мы тоже определим), оба покупателя предлагают цены выше c - симметричность при этом восстанавливается, и информация, которой обладает один из покупателей, теряет свою ценность. В этом случае, как было показано выше, равновесные стратегии следующие: $b(v) = \frac{v}{2} + \frac{2cv^{**} - (v^{**})^2}{2} \cdot \frac{1}{v}$.

Мы опустим некоторые вычисления, определяющие как оптимальные стратегии для случая "средних" значений v , так и значения v^* и v^{**} . В равновесии стратегия неинформированного покупателя должна удовлетворять приведенному выше дифференциальному уравнению, численные методы решения подобных уравнений дают граничные значения v^* и v^{**} . Оказывается, что $v^* = \frac{6c}{5}$ и $v^{**} = \frac{8c}{5}$.

Ниже приведены равновесные стратегии как для информированного, так и для неинформированного покупателя.

Равновесная стратегия для неинформированного покупателя:

$$b_{db}^{ef}(v) = \begin{cases} \frac{2v}{3} & v \leq \frac{6c}{5}, \\ \tilde{b}(v) & \frac{6c}{5} < v \leq \frac{8c}{5}, \\ \frac{v}{2} + \frac{8c^2}{25v} & v > \frac{8c}{5}, \end{cases} \quad (11)$$

где $\tilde{b}(v)$ - монотонная функция, такая, что после замены переменных $x = \frac{5b}{4c}$ и $t = \frac{5v}{4c}$, функция $x(t)$ - решение дифференциального уравнения

$$x'(t) = \frac{(2t - x)\sqrt{1 - 2tx + t^2} + 2t^2 - 4tx + x^2 + 1}{2t\sqrt{1 - 2tx + t^2} + 3t^2 + 2 - 5tx}$$

с начальными условиями $x(\frac{3}{2}) = 1$. Функция $x(t)$ очень хорошо аппроксимируется линейной $\tilde{x}(t) = \frac{t}{2} + \frac{1}{4}$.

Равновесная стратегия информированного покупателя:

$$b_{fb}^{ef}(v, r | r \leq \frac{4c}{5}) = \begin{cases} 0 & v \leq r, \\ r & r \leq v < 2r, \\ \frac{v}{2} & 2r \leq v \leq \frac{8c}{5}, \\ \frac{v}{2} + \frac{8c^2}{25v} & v > \frac{8c}{5}, \end{cases} \quad (12)$$

для $r \leq \frac{4c}{5}$ и

$$b_{fb}^{ef}(v, r | r > \frac{4c}{5}) = \begin{cases} 0 & v \leq r, \\ r & r < v \leq \tilde{b}^{-1}(r) + \sqrt{\frac{16}{25}c^2 - 2r\tilde{b}^{-1}(r) + [\tilde{b}^{-1}(r)]^2}, \\ \frac{v}{2} + \frac{8c^2}{25v} & v > \tilde{b}^{-1}(r) + \sqrt{\frac{16}{25}c^2 - 2r\tilde{b}^{-1}(r) + [\tilde{b}^{-1}(r)]^2} \end{cases} \quad (13)$$

для $r > \frac{4c}{5}$.

Неинформированный покупатель ведет себя так же, как и для случая "неожиданной коррупции" при $v \leq \frac{6c}{5}$; он более консервативен для $v > \frac{6c}{5}$. Это и есть ответ на вопрос, поставленный нами в начале параграфа: так как

неинформированный покупатель, зная о коррупции, ведет себя более консервативно, то прибыль продавца однозначно уменьшается. Поэтому, если продавец ставит для себя задачу максимизации прибыли, то для него невыгодно информировать покупателя о коррупции.

Ожидаемая прибыль продавца равна:

$$\pi_s^{ef} = \frac{1}{3} + \frac{16c^2}{25} - 0.541867c^3.$$

Ожидаемая прибыль информированного покупателя равна:

$$\pi_{fb}^{ef} = \frac{1}{6} - \frac{8}{25}c^2 + 0.281467c^3,$$

ожидаемый выигрыш неинформированного покупателя:

$$\pi_{fb}^{ef} = \frac{1}{6} - \frac{8}{25}c^2 + 0.280548c^3.$$

Легко вычислить оптимальное пороговое значение для (не)раскрытия предельной цены: оно равно $y^{uf} = 0.50$. Это значение близко к его аналогу для случая "неожиданной коррупции", но ниже значения для случая, когда предпочтения отсутствуют.

Заметим также, что случаи, когда у информированного покупателя оценка предмета торга больше, чем у неинформированного и при этом в аукционе побеждает его соперник, более редки для "ожидаемой коррупции". Это приводит к меньшей эффективности аукциона с "ожидаемой коррупцией". Нетрудно доказать, что при этом сумма прибылей продавца и информированного покупателя не только ниже этой суммы для "неожиданной коррупции", но и ниже аналогичного параметра для скрытой предельной цены (однако выше случая объявленной предельной цены).

Из последнего наблюдения следуют два вывода. Во-первых, если продавец предпочитает одного из покупателей другому, однако не может незаметно передать ему информацию, то он не должен предоставлять неинформированному покупателю информацию о предельной цене (и, таким образом, возвращать симметричность в игру). Во-вторых, даже если осуществится самый неудачный сценарий для продавца

- агент имеет собственные предпочтения и этот факт общеизвестен, то для продавца невыгодно отказываться от услуг агента (и использовать другие варианты проведения, такие, как продажа объекта на условиях объявленной предельной цены, что эквивалентно проведению аукциона без услуг агента вовсе). Легко проверить, что условия предложения 3 по-прежнему выполняются, что означает, что если услуги агента недоступны, продавец будет в любом, совершенном по подыграм равновесии Нэша раскрывать значение предельной цены. Последнее наблюдение означает, что выгода от услуг агента превышает накладные расходы, даже когда заранее известна некоторая информация о "несовершенстве" предлагаемых услуг.

7 Заключение.

Когда автор начинал проводить это исследование, его убедили, что в аукционе для продавца всегда оптимально раскрывать как значение предельной цены, так и всю иную информацию, относящуюся к торгу. Обычно этому результату противопоставляется следующий аргумент - продавец не раскрывает всю информацию из-за опасения сговора между участниками. В частном случае, когда все покупатели находятся в состоянии сговора и продавец раскрывает свою предельную цену, его прибыль в точности равна нулю, в то же время, если он сохраняет ее тайной, он с положительной вероятностью получает положительный доход. Когда проведение аукциона передается агенту, который по правилам не должен открывать значение предельной цены, то это дает возможность для "нечестности". Для агента образуется возможность по передаче этого значения одному из покупателей, что приводит как к нарушению идеи секретности этого параметра, так и к созданию асимметричности между покупателями, что, потенциально, может уменьшить прибыль продавца.

Однако для случая независимых оценок предмета для каждого из покупателей,¹⁵ стратегия по максимизации прибыли вовсе не обязательно сводится к раскрытию

¹⁵Если оценки покупателей зависимы, то это приводит, скорее к открытию предельной цены, чем к сокрытию ее. Это было показано в работах Milgrom и Roberts ([7]).

значения секретной предельной цены. Этот факт верен, если выполнено предположение о том, что продавец не может назначать предельную цену выше действительной предельной ценности предмета для него (введение этого предположения делает неприменимым результат Myerson ([8]), Riley и Samuelson ([9])). Оказывается, что во многих случаях верно обратное: сокрытие предельной цены увеличивает прибыль продавца, хотя и понижает эффективность аукциона. Поэтому появляется еще один аргумент в пользу сокрытия предельной цены (случай открытой цены опасен для продавца из-за возможного сговора покупателей).

Также, оказывается необязательным введение моральной угрозы в отношениях продавец-агент для оправдания инструкций, ограничивающих выбор агента по сокрытию/открытию значения предельной цены. Оказывается, что если и агент и продавец ставят задачу максимизации прибыли, то для них выгодно проводить аукцион в соответствии с определенными правилами, касающимися публикации значения предельной цены (условное опубликование при определенных условиях может увеличить прибыль в сравнении со случаями, когда цена никогда не публикуется или публикуется всегда). Подобные правила проведения аукциона (известные покупателям) препятствуют сигнализированию и приводят к более агрессивному процессу торга, что увеличивает среднюю прибыль продавца по сравнению со случаем, когда право выбора дается агенту.

В то время, как базовая модель, построенная в этой статье, позволила продемонстрировать некоторую экономическую интуицию, она не дает возможности проанализировать другие аспекты теории аукционов. Такими вопросами являются сговор между участниками, особенно вызывающие его факторы, явный механизм коррупции. Наконец остается открытым вопрос о расширении модели на случай числа покупателей большего двух и на multiple dimensions of the seller's objectives (e.g., quality). Эти аспекты заслуживают более глубокого изучения.

Список литературы

- [1] Elyakime, B., J. Laffont, P. Loisel and Q. Vuong (1994), "First Price Sealed-Bid Auctions with Secret Reservation Prices", *Annales d'Économie et de Statistique*, No.34, pp. 115-141.
- [2] Ferschtman, C., K. Judd and E. Kalai (1991), "Observable Contracts: Strategic Delegation and Cooperation", *International Economic Review*, Vol. 32, No.3, pp. 551-559.
- [3] Grossman, S. (1976), "On the Efficiency of Competitive Stock Markets Where Trades Have Diverse Information", *The Journal of Finance*, Vol. 31, No. 2, pp. 573-585.
- [4] Laffont, J.-J. and J. Tirole (1991), "Auction Design and Favoritism", *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 9, pp. 9-42.
- [5] McAfee, R. P. and D. Vincent (1997), "Sequentially Optimal Auctions", *Games and Economic Behavior*, Vol 18, pp. 246-276.
- [6] Milgrom, P. (1981) "Rational Expectations, Information Acquisition, and Competitive Bidding" *Econometrica*, Vol. 49, No. 4., pp. 921-943.
- [7] Milgrom, P. and R. Weber (1982), "A Theory of Auctions and Competitive Bidding", *Econometrica*, Vol. 50, No. 5., pp. 1089-1122.
- [8] Myerson, R. (1981), "Optimal Auction Design", *Mathematics of Operations Research*, Vol. 6, pp.58-73.
- [9] Riley, J. and W. Samuelson (1981), "Optimal Auctions", *The American Economic Review*, Vol. 71, No. 3., pp. 381-392.
- [10] Skreta, V. (2004) "Optimal Auction Design under Non-Commitment", *mimeo*.
- [11] Vagstad, S. (1995), 'Promoting Fair Competition in Public Procurement', *Journal of Public Economics*, Vol. 58, pp. 283-307.

- [12] Vagstad, S. (2000), 'Centralized vs. Decentralized Procurement: Does Dispersed Information Call for Decentralized Decision-making?' *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 18, pp. 949-963.
- [13] Vincent, D. (1995), "Bidding Off the Wall: Why Reserve Prices May Be Kept Secret", *Journal of Economic Theory*, Vol. 65., pp. 575-584.